

# PHƯƠNG PHÁP SƠ ĐỒ MẠNG LƯỚI

Kỹ thuật đánh giá và kiểm tra dự án PERT (Program Evaluation and Review Technique).

Mục tiêu chính của phương pháp: đánh giá khả năng hoàn thành dự án trong thời hạn định trước.

## Cho biết:

- ) Trình tự thực hiện các công việc: việc nào có thể làm ngay, việc nào làm sau việc nào.
- ) Thời gian cần thiết để hoàn thành mỗi việc.

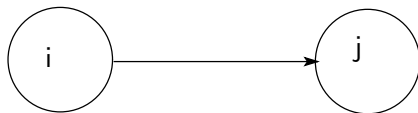
## Phải làm:

- a) Thời hạn sớm nhất để hoàn thành toàn bộ dự án.
- b) Thời hạn bắt đầu sớm nhất và muộn nhất của mỗi việc sao cho toàn bộ dự án được hoàn thành đúng kế hoạch.
- c) Thời điểm kết thúc sớm nhất và muộn nhất của mỗi việc sao cho toàn bộ dự án được hoàn thành đúng kế hoạch.
- d) Thời gian dự trữ cho mỗi việc, nghĩa là khoảng thời gian mà có thể bắt đầu muộn hoặc kết thúc muộn mà không ảnh hưởng tới toàn bộ dự án.

## Definition

Một tập hợp các điểm (ta gọi là các đỉnh, kí hiệu A) và tập hợp các mũi tên (ta gọi là các cung, kí hiệu là U) được gọi là một sơ đồ mạng lưới nếu chúng thỏa mãn các điều kiện sau :

- Giữa hai đỉnh có không quá một cung nối liền và ngược lại mỗi cung liên kết 2 đỉnh nào đó với nhau. Cung nối từ đỉnh  $i$  đến đỉnh  $j$  kí hiệu là  $(i, j)$  trong đó  $i$  là điểm gốc của cung, và  $j$  là điểm ngọn của cung.
- Trong sơ đồ không chứa vòng kín, nghĩa là, từ một đỉnh bất kỳ, đi theo chiều các mũi tên, không bao giờ quay về điểm xuất phát. Một dãy các cung nối tiếp nhau được gọi là một đường đi.
- Giữa 2 đỉnh tùy ý bao giờ cũng có một dãy các cung nối liền.
- Có một đỉnh chỉ toàn các cung đi ra được gọi là đỉnh khởi công và có một đỉnh chỉ toàn các cung đi vào được gọi là đỉnh khánh thành. Các đỉnh còn lại có cả cung đi ra và cung đi vào.



*Figure:* Đây là gì?

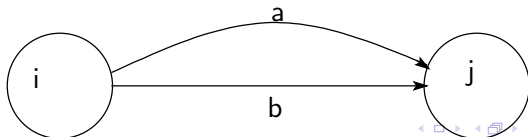
# Các quy tắc thực hành lập sơ đồ mạng lưới

**Quy tắc 1:** Nếu một nhóm nhiều công việc cùng bắt đầu từ một sự kiện  $i$  và cùng kết thúc tại một sự kiện  $j$  thì không được biểu diễn như Hình 2a, tùy thuộc vào tính chất của các việc mà ta có thể có những xử lý sau:

a) Nếu tính chất của các việc như nhau hoặc trong thực tế không là tách rời nhau ra được thì gộp chúng lại thành một cung duy nhất Hình 2b.

b) Nếu tính chất các việc khác nhau mà không thể gộp chung lại được thì ta phải thêm đỉnh mới và cung giả Hình 2c. Đỉnh mới là  $k$  cung  $(k, j)$  gọi là các cung giả, biểu diễn bằng nét đứt.

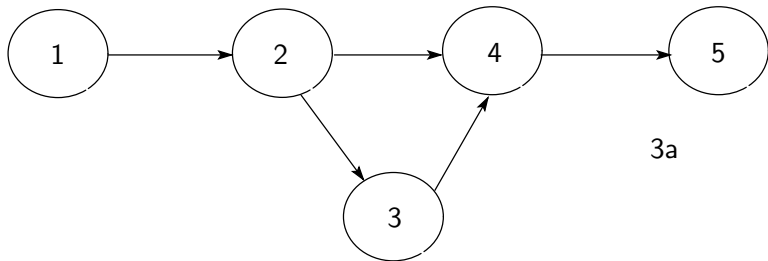
**Chú ý** việc giả có thời gian hoàn thành bằng không, nếu nó chỉ phản ánh trật tự giữa các việc; nó có thời gian khác không, nếu nó phản ánh sự chờ đợi.



2a

## Các quy tắc thực hành lập sơ đồ mạng lưới

**Quy tắc 2:** Nếu một nhóm các công việc lập thành một mạng con trong một sơ đồ mạng lưới (các công việc và các sự kiện của nhóm này không phụ thuộc gì vào và không ảnh hưởng đến các công việc của nhóm khác của sơ đồ mạng lưới trừ sự kiện đầu tiên và sự kiện cuối cùng của nhóm này) thì ta có thể gộp mạng con đó lại thành một cung duy nhất nếu việc gộp đó không làm cho sơ đồ mạng lưới trở nên quá thô (Hình 3a) chuyển sang Hình 3b. Cung (2, 4) trong Hình 3b mô tả cả 3 công việc a, b, c trong sơ đồ mạng lưới 3a.

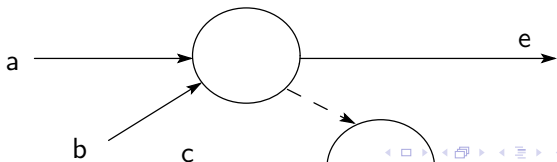
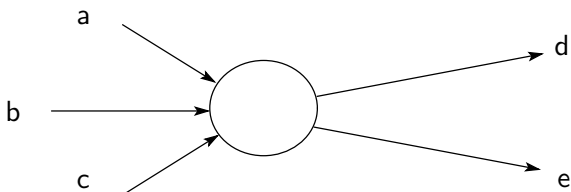


## Các quy tắc thực hành lập sơ đồ mạng lưới

**Quy tắc 3:** Nếu một nhóm các công việc liên hệ với nhau theo trật tự:

a ) Việc d sau việc a, b, c. Việc e sau việc a, b thì biểu diễn như Hình 4a là sai mà phải biểu diễn như Hình 4b.

b) Việc d sau việc a, c. Việc e sau việc a, b thì biểu diễn như Hình 4a và Hình 4b đều sai, mà phải biểu diễn như Hình 4c.



**Quy tắc 4:** Nếu một nhóm công việc liên hệ với nhau theo trật tự:

Việc a sau việc b

Việc c sau việc d

Việc e sau việc b, d

Thì biểu diễn như Hình 5

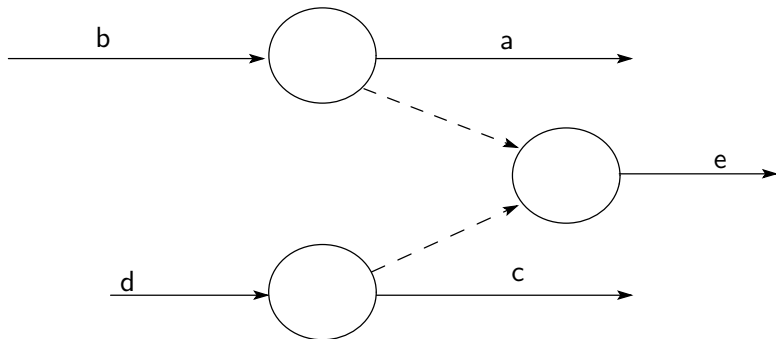


Figure:

## Quy tắc 5:

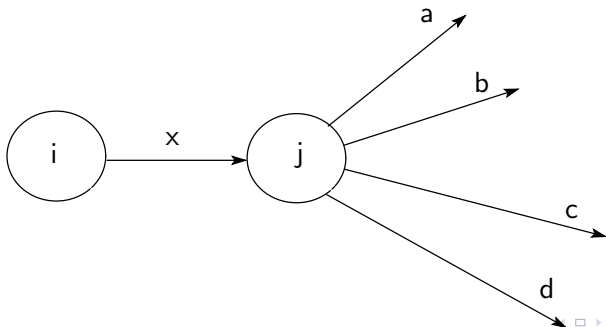
Nếu việc a bắt đầu khi hoàn thành được  $1/5$  công việc x.

Việc b bắt đầu khi hoàn thành được  $1/2$  công việc x.

Việc c bắt đầu khi hoàn thành được  $4/5$  công việc x.

Việc d bắt đầu khi hoàn thành toàn bộ công việc x.

Thì biểu diễn như Hình 6a là sai mà phải biểu diễn như Hình 6b mới đúng.

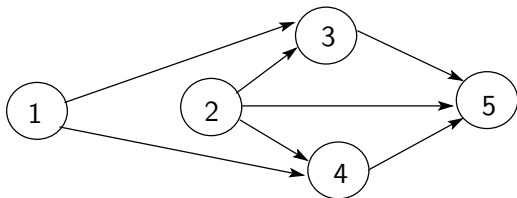


6a

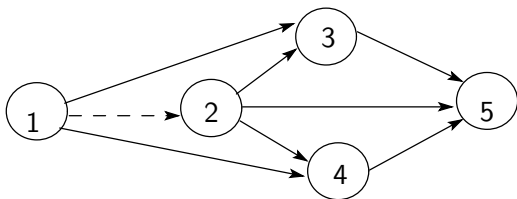


## Quy tắc 6:

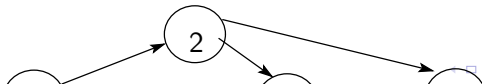
a) Nếu có một đỉnh không phải đỉnh khởi công mà chỉ toàn những cung đi ra thì ta phải thêm một cung giả nối từ đỉnh khởi công với đỉnh đó: Hình 7 a sang Hình 7 b.



7a



7b



## Quy tắc đánh số các sự kiện

- 1 Cho sự kiện khởi công toàn bộ mang số 1 và xếp nó vào lớp thứ nhất.
- 2 Xóa tương trưng sự kiện số 1 cùng với các cung đi ra khỏi sự kiện số 1, nhặt ra các sự kiện chỉ toàn những cung đi ra và xếp nó vào lớp thứ 2...
- 3 Xóa tương trưng các sự kiện của lớp thứ  $i$  cùng các cung ra khỏi các sự kiện thuộc lớp  $i$ , nhặt ra các sự kiện chỉ toàn những cung đi ra và xếp chúng vào lớp thứ  $i + 1$ .
- 4 Đánh số các đỉnh từ 1 đến  $n$  theo từng lớp, bắt đầu từ lớp thứ 1; các đỉnh thuộc cùng một lớp được đánh số tùy ý. Đỉnh khởi công thuộc lớp  $i = 1$ , được đánh số 1, đỉnh khánh thành được đánh số lớn nhất  $n$ .

## Các chỉ tiêu thời gian của sơ đồ mạng lưới

Kí hiệu thời điểm sớm xuất hiện sự kiện  $j$  là  $T_j^s \forall j \in A$ , được định nghĩa như sau: Ta biết rằng sự kiện  $j$  là xuất hiện nếu mọi công việc ứng với các cung đi tới sự kiện  $j$  đã hoàn thành. Vì vậy đối với sự kiện 1 là sự kiện khởi công toàn bộ, trước đó chưa có công việc nào hoàn thành nên  $T_1^s = 0$ .

$$\begin{cases} T_1^s = 0; \\ T_j^s = \max\{T_i^s + t_{ij} \mid \forall (i,j) \in U_j^-\} \end{cases} \quad \text{trong đó } U_j^- \text{ là tập hợp}$$

các cung đi tới đỉnh  $j$ .

Đối với sự kiện  $j$  tùy ý, như hình vẽ thì đến thời điểm 24, mới có việc  $(i_1, j)$  hoàn thành nếu việc này thì công sớm nhất vào thời điểm 18, việc  $(i_2, j)$  và  $(i_3, j)$  chưa hoàn thành, dù cho 2 việc này thì công sớm nhất có thể được thứ tự là 19 và 16 cũng xét như vậy ta được:

$$T_j^s = 27 = \max\{T_i^s + t_{ij} \mid \forall (i,j) \in U_j^-\} \quad (1)$$

$$T_j^s = 18 \quad (2)$$

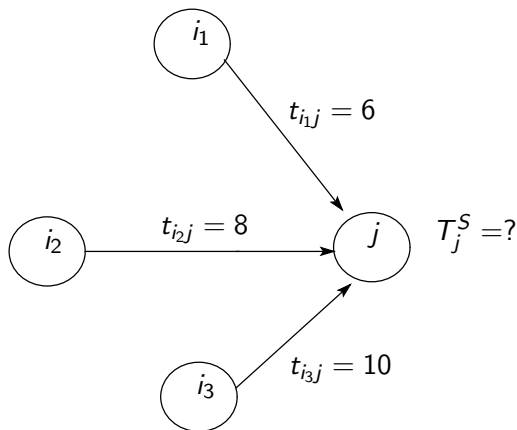


Figure:

trong đó  $U_j^- = \{(i_1, j), (i_2, j), (i_3, j)\}$ - tập hợp các công việc ứng với với các cung đi tới sự kiện  $j$ .

Từ định nghĩa xuất hiện một sự kiện ta đi suy ra  $T_j^S$  là độ dài

## Thời điểm muộn xuất hiện sự kiện

Kí hiệu thời điểm muộn xuất hiện sự kiện  $i$  (mà không ảnh hưởng đến thời gian hoàn thành toàn bộ công trình) là  $T_i^m \forall i \in A$ . Nếu sự kiện  $i$  xuất hiện muộn hơn thời điểm  $T_i^m$  thì thời gian hoàn thành toàn bộ công trình bị kéo dài. Ta có định nghĩa:

### Definition

$$T_n^m = T_n^s; \quad (4)$$

$$T_i^m = \min_j \{ T_j^m - t_{ij} \mid \forall (i,j) \in U_j^+ \} \quad (5)$$

trong đó  $U_j^+$  là tập hợp các công việc ứng với các cung ra khỏi sự kiện  $i$ .

Giả sử biết thời điểm muộn nhất xuất hiện các sự kiện kề sau sự kiện  $i$ . Ta biết rằng sự kiện  $i$  có xuất hiện thì các công việc ứng với các cung ra khỏi  $i$  mới bắt đầu được.

## Thời điểm muộn xuất hiện sự kiện

Một quy trình công nghệ gồm một số các công việc chính sau đây.

Công việc  $a_1$  làm trong  $6^h$  bắt đầu ngay.

Công việc  $a_2$  làm trong  $4^h$  sau  $a_1$  hoàn thành.

Công việc  $a_3$  làm trong  $5^h$  bắt đầu ngay.

Công việc  $a_4$  làm trong  $7^h$  bắt đầu ngay.

Công việc  $a_5$  làm trong  $6^h$  sau  $a_1$  hoàn thành.

Công việc  $a_6$  làm trong  $8^h$  sau  $a_4$  hoàn thành.

Công việc  $a_7$  làm trong  $6^h$  sau  $a_4$  hoàn thành.

Công việc  $a_8$  làm trong  $9^h$  sau  $a_3, a_6, a_7$  hoàn thành.

Công việc  $a_9$  làm trong  $7^h$  sau  $a_3, a_6$  hoàn thành.

Công việc  $a_{10}$  làm trong  $9^h$  sau  $a_2, a_5$  hoàn thành.

Công việc  $a_{11}$  làm trong  $5^h$  sau  $a_2$  hoàn thành được  $5^h$  và sau  $a_9$  hoàn thành.

Công việc  $a_{12}$  làm trong  $5^h$  sau  $a_7$  hoàn thành.

Công việc  $a_{13}$  làm trong  $8^h$  sau  $a_8, a_{12}$  hoàn thành.

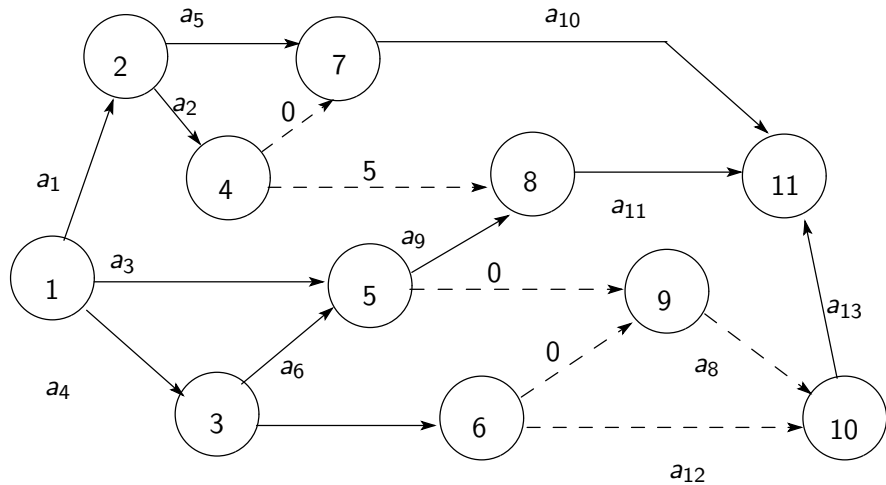


Figure:

Giải:

$$T_1^s = 0$$

$$T_2^s = \max\{T_1^s + t_{1,2}\} = 0 + 6^h = 6^h$$

$$T_3^s = \max\{T_1^s + t_{1,3}\} = 0 + 7^h = 7^h$$

$$T_4^s = \max\{T_2^s + t_{2,4}\} = 6^h + 4^h = 10^h$$

$$\begin{aligned} T_5^s &= \max\{T_1^s + t_{1,4}, T_3^s + t_{3,5}\} \\ &= \max\{0^h + 5^h, 7^h + 8^h\} = 15^h. \end{aligned}$$

$$T_6^s = \max\{T_3^s + t_{3,6}\} = 7^h + 6^h = 13^h$$

$$\begin{aligned} T_7^s &= \max\{T_2^s + t_{2,7}, T_4^s + t_{4,7}\} \\ &= \max\{6^h + 6^h, 10^h + 0^h\} = 12^h. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_8^s &= \max\{T_4^s + t_{4,8}, T_5^s + t_{5,8}\} \\ &= \max\{10^h + 5^h, 15^h + 7^h\} = 22^h. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_9^s &= \max\{T_5^s + t_{5,9}, T_6^s + t_{6,9}\} \\ &= \max\{15^h + 0^h, 13^h + 0^h\} = 15^h. \end{aligned}$$



+) Tính thời điểm muộn nhất để hoàn thành các sự kiện.

$$T_{11}^m = T_{11}^s = 32^h.$$

$$T_{10}^m = \min\{T_{11}^m - t_{10,11} = 32^h - 8^h = 24^h\}.$$

$$T_9^m = \min\{T_{10}^m - t_{9,10}\} = 24^h - 9^h = 15^h.$$

$$T_8^m = \min\{T_{11}^m - t_{8,11}\} = 32^h - 5^h = 27^h.$$

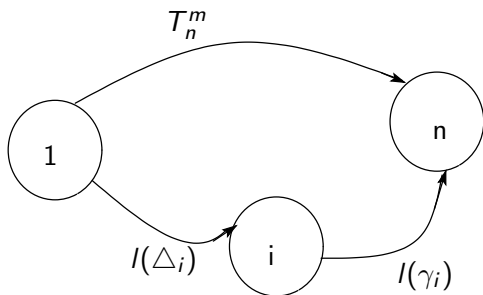
$$T_7^m = \min\{T_{11}^m - t_{7,11}\} = 32^h - 9^h = 23^h.$$

$$\begin{aligned} T_6^m &= \min\{T_{10}^m - t_{6,10}, T_9^m - t_{6,9}\} \\ &= \min\{24^h - 5^h, 15^h - 0^h\} = 15^h. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_5^m &= \min\{T_9^m - t_{5,9}, T_8^m - t_{5,8}\} \\ &= \min\{15^h + 0^h, 27^h - 7^h\} = 15^h. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_4^m &= \min\{T_8^m - t_{4,8}, T_7^m - t_{4,7}\} \\ &= \min\{27^h - 5^h, 23^h - 0^h\} = 22^h. \end{aligned}$$

$$T_3^m = \min\{T_6^m - t_{3,6}, T_5^m - t_{3,5}\}$$



$$D_i = T_n^m [I(\Delta_i) + I(\gamma_i)]$$

Figure:

### Definition

Sự kiện  $i$  được gọi là sự kiện găng nếu thời gian dự trữ của nó bằng không, tức là  $D_i = 0 \Leftrightarrow T_i^m = T_i^s$

Trong ví dụ ở tiểu mục 2) các sự kiện 1, 3, 5, 9, 10, 11 là những sự kiện găng.

# Thời điểm sớm nhất bắt đầu và sớm nhất kết thúc công việc

Kí hiệu  $T_{ij}^{ks}$  là thời điểm sớm nhất bắt đầu công việc  $(i, j) \forall i; (i, j) \in U$ . Ta biết rằng sự kiện  $i$  có xuất hiện thì công việc  $(i, j)$  mới bắt đầu được ( $i < n$ ) nên

$$T_{ij}^{ks} = T_i^s \quad (6)$$

Kí hiệu thời điểm sớm nhất kết thúc công việc  $(i, j)$   $T_{ij}^{hs} \forall (i, j) \in U$ .

Ta biết rằng, giữa thời điểm kết thúc sớm nhất và thời điểm bắt đầu (sớm nhất) công việc  $(i, j)$  chênh nhau khoảng thời gian thi công  $t_{ij}$  nên:

$$T_{ij}^{hs} = T_{ij}^{ks} + t_{ij} \quad \forall (i, j) \in U. \quad (7)$$

Từ (6) và (7) ta suy ra:

$$T_{ij}^{hs} = T_i^s + t_{ij} \quad \forall (i, j) \in U. \quad (8)$$

## Thời điểm muộn nhất kết thúc công việc

Kí hiệu thời điểm muộn nhất kết thúc công việc  $(i, j)$  là  $T_{ij}^{hm} \forall (i, j) \in U$ .

Ta biết rằng sự kiện  $j$  được coi là xuất hiện nếu mọi công việc  $(i, j) \in \bar{U}_j$  đều đã hoàn thành, vì vậy công việc  $(i, j)$  không được phép kết thúc muộn hơn  $T_j^m$ . Do đó :

$$T_{ij}^{hm} = T_j^m \text{ với mọi } (i, j) \in U \quad (9)$$

Kí hiệu thời điểm muộn nhất bắt đầu công việc  $(i, j)$  là  $T_{ij}^{km} \forall (i, j) \in U$ . Cũng lập luận như việc lập công thức (7) ta có:

$$T_{ij}^{km} = T_{ij}^{hm} - t_{ij} \text{ với mọi } (i, j) \in U. \quad (10)$$

Từ (9) và (10) suy ra

$$T_{ij}^{km} = T_j^m - t_{ij} \text{ với mọi } (i, j) \in U. \quad (11)$$

## Definition

Thời gian sự trữ chung của công việc  $(i, j)$ , được kí hiệu và xác định như sau:

$$D_{ij}^c = T_{ij}^{km} - T_{ij}^{ks} \quad \text{với mọi } (i, j) \in U. \quad (12)$$

Từ (6) và (11) ta có:

$$D_{ij}^c = T_j^m - t_{ij} - T_i^s \quad \text{với mọi } (i, j) \in U. \quad (13)$$

theo (8) và (9) ta có:

$$D_{ij}^c = T_{ij}^{hm} - T_{ij}^{hs} \quad \text{với mọi } (i, j) \in U. \quad (14)$$

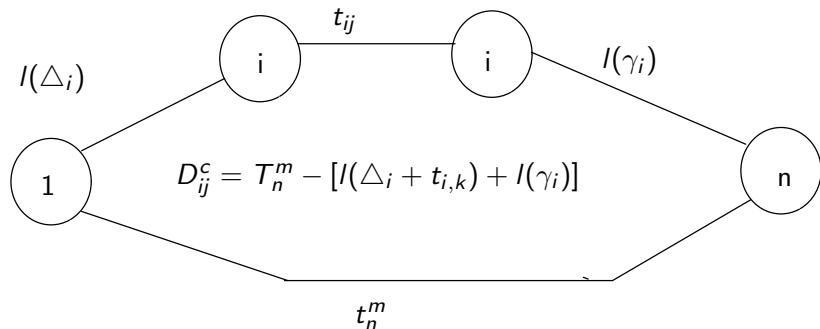
Từ công thức (14) suy ra

$$T_{ij}^{hm} - T_{ij}^{hs} = T_{ij}^{km} = D_{ij}^c \quad \text{với mọi } (i, j) \in U.$$

Thay (3) và (??) vào (13) ta được

$$D_{ij}^c = T_n^m - [I(\Delta_i) + t_{ij} + I(\gamma_j)] \quad \text{với mọi } (i, j) \in U. \quad (15)$$

Nhận xét: Tổng  $I(\Delta_i + t_{ij} + I(\gamma_j))$  là độ dài đường đi dài nhất từ sự kiện 1 qua công việc (i, j) đến sự kiện n. Như vậy  $D_{ij}^c$  là chênh lệch giữa hai đường đi dài nhất: đường đi dài nhất không điều kiện và đường đi dài nhất có điều kiện (qua công việc (i, j)).



*Figure:*

Nhận xét:

Công việc (i, j) được gọi là công việc găng nếu nó không có thời gian dự trữ chung tức là  $D_{ij}^c = 0$ .

## Definition

Đường đi có độ dài lớn nhất từ sự kiện 1 đến sự kiện  $n$  trong sơ đồ mạng lưới được gọi là đường găng.

Nếu kí hiệu đường găng là  $g$  thì hiển nhiên  $l(g) = T_n^m = T_n^s$ .

## Theorem

(Điều kiện cần và đủ để một sự kiện và công việc là găng).

- 1) Sự kiện  $i$  là sự kiện găng khi và chỉ khi  $i$  nằm trên đường găng.
- 2) Công việc  $(i, j)$  công việc găng khi và chỉ khi  $(i, j)$  nằm trên đường găng.

Chứng minh:

- 1) Theo định nghĩa ta có sự kiện  $i$  là sự kiện găng  $\Leftrightarrow D_i = 0 \Leftrightarrow T_n^m = l(\Delta_i) + l(\gamma_j)$ . Dạng thức này có nghĩa là đường đi dài nhất từ sự kiện 1 qua sự kiện  $i$  đến sự kiện  $n$  là một đường găng (vì đường nào có độ dài bằng  $T_n^m$  thì đường ấy là đường găng).

## Cách xác định đường găng

Từ định lý trên ta suy ra cách xác định đường găng như sau:

- Tính thời gian sự trữ chung cho tất cả các công việc.
- Tách ra các công việc không có thời gian dự trữ chung (những việc găng).
- Lập những dãy các việc găng nối tiếp nhau từ sự kiện 1 đến sự kiện n. Mỗi dãy như vậy chính là một đường găng.

Chú ý: Để thuận tiện cho việc khảo sát sơ đồ mạng lưới ta biểu diễn mỗi sự kiện bởi một vòng tròn chia làm 4 phần

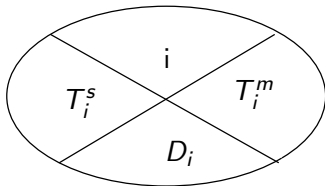


Figure:

Phần trên ghi số thứ tự sự kiện.



## Cách xác định đường găng

Để dễ dàng nhận ra đường găng, ta kí hiệu mỗi việc găng bởi mũi tên kép :

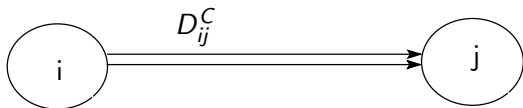
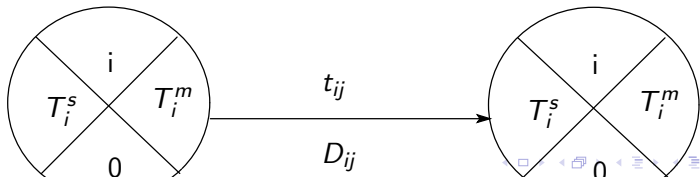


Figure:

Để khảo sát sơ đồ mạng lưới sâu hơn ta phân tích các việc không găng làm hai loại:

+ Việc không găng độc lập là việc không găng mà sự kiện gốc và sự kiện ngọn của việc ấy đều là những sự kiện găng Hình 15 biểu diễn sự kiện i găng:



$$T_j^m = T_j^s$$

(sự kiện j- găng).

$t_{ij} < T_j^m - T_i^s \Leftrightarrow D_{ij}^C > 0$  ( việc (i, j ) không găng).

Công việc không găng độc lập được sử dụng toàn bộ thời gian dự trữ chung của nó mà không làm ảnh hưởng gì đến các việc khác.

+ Việc không găng liên quan là việc không găng mà ít nhất một trong hai sự kiện gốc hoặc sự kiện ngọn của là sự kiện không găng.

Thời gian sự trữ riêng gốc của việc  $(i, j)$  được kí hiệu và xác định như sau:

$$D_{ij}^g = T_i^m - t_{ij} - T_i^m \quad (16)$$

Hay là

$$T_i^m = T_{ij}^m - t_{ij} - D_{ij}^g \quad (17)$$

Từ (16) và (17) suy ra nếu cực tiểu (2) đạt tại việc  $(i, j)$  thì việc  $(i, j)$  không có thời gian sự trữ riêng gốc ( $D_{ij}^g = 0$ ).

Nếu cực tiểu (2) không đạt tại việc  $(i, j)$  thì

$T_i^m < T_j^m - t_{ij} \Leftrightarrow D_{ij}^g > 0$ , tức là việc  $(i, j)$  có thời gian dự trữ riêng gốc. Trong trường hợp này thời gian  $t_{ij}$  hoặc thời gian khởi công của việc  $(i, j)$  có thể xô dịch trong phạm vi  $D_{ij}^g$  mà không làm ảnh hưởng gì đến thời điểm hoàn thành muộn nhất của mọi việc liền kề trước nó.

Thời gian dự trữ riêng ngọn của việc (i, j) được kí hiệu và xác định như sau

$$D_{ij}^n = T_j^s - t_{ij} - T_i^s \quad (18a)$$

$$\Leftrightarrow T_j^s = T_i^s + t_{ij} + D_{ij}^n \quad (18b)$$

Từ (1) và (18b) nếu cực đại (1) đạt được tại việc (i, j) thì việc (i, j) không có thời gian việc riêng ngọn ( $D_{ij}^n = 0$ ).

Nếu cực đại (1) không đạt tại việc (i, j) thì

$T_j^s > T_i^s + t_{ij} \Leftrightarrow D_{ij}^n > 0$  tức là việc (i, j) có thời gian dự trữ riêng ngọn. Trong trường hợp này, thời gian  $T_{ij}$  hoặc thời điểm hoàn thành của việc (i, j) có thể thay đổi trong phạm vi của  $D_{ij}^n$  mà không làm ảnh hưởng gì đến thời điểm sớm nhất hoàn thành sự kiện ngọn tức là không làm ảnh hưởng đến thời điểm khởi công sớm nhất của mọi việc liền kề sau nó.

Thời gian dự trữ riêng của công việc  $(i, j)$  là khoảng thời gian xếp dịch tối đa của công việc  $(i, j)$  mà không làm ảnh hưởng đến thời điểm hoàn thành muộn nhất của sự việc gốc và thời điểm hoàn thành muộn nhất hoàn thành các công việc liền kề trước nó và thời điểm sớm nhất khởi công các công việc liền kề sau nó.

Kí hiệu thời gian dự trữ riêng của công việc  $(i, j)$  là  $D_{ij}$  khi đó ta có  $D_{ij}^r = \min\{D_{ij}^g, D_{ij}^n\}$ .

Chú ý Ta có thể mở rộng các chỉ tiêu  $D_{ij}^g, D_{ij}^n, D_{ij}$  cho cả các việc không găng độc lập:  $D_{ij}^g = D_{ij}^n = D_{ij}^r = D_{ij}^c$  và được kí hiệu chung là  $D_{ij}$ .

Ví dụ : Tính các chỉ tiêu  $D_{ij}^g, D_{ij}^n = D_{ij}^r$  cho các việc không găng.

$$D_{12}^g = 17 - 6 - 0 = 11; \quad D_{12}^n = 6 - 6 - 0 = 0$$

$$\Rightarrow D_{12}^r = 0.$$

$$D_{15}^g = 15 - 5 - 0 = 10; \quad D_{15}^n = 15 - 5 - 0 = 10$$

$$\Rightarrow D_{15}^r = 10.$$

$$D_{24}^g = 22 - 4 - 17 = 1; \quad D_{24}^n = 10 - 4 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow D_{24}^r = 0.$$

$$D_{27}^g = 23 - 6 - 17 = 0; \quad D_{12}^n = 12 - 6 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow D_{272}^r = 0.$$

$$D_{36}^g = 15 - 6 - 7 = 2; \quad D_{36}^n = 13 - 6 - 7 = 0$$

$$\Rightarrow D_{36}^r = 0.$$

$$D_{47}^g = 23 - 0 - 22 = 1; \quad D_{47}^n = 12 - 0 - 10 = 2$$

(19)

$$\Rightarrow D_{47}^r = 1.$$

$$D_{48}^g = 27 - 5 - 22 = 0; \quad D_{48}^n = 22 - 6 - 10 = 7$$

$$\Rightarrow D_{48}^r = 0.$$

$$D_{58}^g = 27 - 7 - 15 = 5; \quad D_{12}^n = 22 - 7 - 15 = 0$$

$$\Rightarrow D_{58}^r = 0.$$

$$D_{69}^g = 15 - 0 - 15 = 0; \quad D_{69}^n = 15 - 0 - 13 = 2$$

$$\Rightarrow D_{69}^r = 0.$$

$$D_{6,10}^g = 24 - 5 - 15 = 4; \quad D_{6,10}^n = 24 - 5 - 13 = 6$$

$$\Rightarrow D_{6,10}^r = 4.$$

$$D_{7,11}^g = 32 - 9 - 23 = 0; \quad D_{7,11}^n = 32 - 9 - 12 = 11$$

$$\Rightarrow D_{7,11}^r = 0.$$

$$D_{8,11}^g = 32 - 5 - 27 = 0; \quad D_{8,11}^n = 32 - 5 - 22 = 5$$

$$\Rightarrow D_{8,11}^r = 0.$$

## *Đường gần gũi và hệ số gần*

Trong khi chỉ đạo thi công nhằm rút ngắn thời hạn hoàn thành toàn bộ công trình. Có những đường đi mà độ dài của nó chỉ ngắn hơn độ dài đường gần gũi chút ít. Khi tập trung nhân lực, tài nguyên vào những đường gần gũi thì đường gần gũi cũ nhanh chóng mất và đường gần gũi mới nhanh chóng xuất hiện từ những đường gần gũi. Do đó người tổ chức thi công phải nhanh chóng thay đổi kế hoạch, tập trung nhân lực, tài nguyên thay vì phải điều chỉnh kế hoạch nhiều lần, người tổ chức thi công lập phương án tập trung nhân lực, tài nguyên cho cả những việc trên đường gần gũi và trên đường gần gũi.

Cho một số  $D_0 > 0$  ( đơn vị thời gian), khi đó việc không gần gũi ( $i, j$ ) thỏa mãn  $0 < D_{ij} \leq D_0$  được gọi là việc gần gũi với độ lệch không quá  $D_0$ .

Gọi  $I(i, j)$  là độ dài đường đi dài nhất từ sự kiện  $I$  qua công việc ( $i, j$ ) đến sự kiện  $n$ , kí hiệu đường đi này là  $\mu$ .  $I(g)$  độ dài đường gần gũi. Khi đó việc ( $i, j$ ) là việc gần gũi với độ lệch không qua  $D_0$  khi và chỉ khi  $0 < I(g) - I(i, j) \leq D_0$ .

Khi đó  $\mu$  được gọi là việc gần gũi với độ lệch không quá  $D_0$ .



## Hệ số găng

Hai việc  $(i, j)$  và  $(k, r)$  có thời gian dự trữ chung như nhau, mức độ khẩn trương của hai việc này không hẳn đã như nhau. Để đặc trưng cho mức độ khẩn trương của một công việc không găng ta đưa ra khảo sát một chỉ tiêu mới được gọi là *hệ số găng*.

Hệ số găng của một việc  $(i, j)$  kí hiệu là  $h_{ij}$  là tỷ số lớn nhất giữa độ dài của đoạn đường trên đường đi dài nhất từ sự kiện  $l$  qua công việc  $(i, j)$  đến sự kiện  $n$  mà đoạn đó không nằm trên đường găng và độ dài của đoạn đường găng không phụ thuộc vào đường đi dài nhất từ sự kiện  $i$  qua công việc  $(i, j)$  đến sự kiện  $n$ .

Vì đường găng dài nhất nên  $0 \leq h_{ij} \leq 1$  với mọi  $(i, j) \in U$ ,  $h_{ij}$  càng gần  $1$  thì mức độ khẩn trương càng lớn.

Ví dụ: Xét việc  $(2, 4)$  suy ra đường đi dài nhất từ sự kiện  $l$  qua công việc  $(2,4)$  đến sự kiện  $11$  là  $\{(1, 2); (2, 4); (4, 8); (8, 11)\}$  đường đi này không có đoạn nào nằm trên đường găng cả độ dài là  $20h$ .

$$h_{24} = \frac{20}{30} = 0,625$$

$$h_{6,10} = \frac{t_{36} + t_{6,10}}{t_{35} + t_{59} + t_{9,10}} = \frac{11}{17} = 0,647.$$

$$h_{1,2} = \frac{t_{12} + t_{24} + t_{48} + t_{8,11}}{t_{13} + t_{35} + t_{59} + t_{9,10} + t_{10,11}} = \frac{20}{32} = 0,825.$$

$$h_{5,8} = \frac{t_{58} + t_{8,11}}{t_{59} + t_{9,10} + t_{10,11}} = \frac{12}{17} = 0,706.$$

$$h_{15} = \frac{5}{15} \approx 0,333$$

Ví dụ: Một công trình xây dựng gồm một số các công việc chính sau : Việc  $x_1$  làm trong 40 ngày bắt đầu ngay.

Việc  $x_2$  làm trong 50 ngày bắt đầu ngay.

Việc  $x_3$  làm trong 80 ngày sau  $x_2$  hoàn thành.

Việc  $x_4$  làm trong 50 ngày sau  $x_1$  hoàn thành.

Việc  $x_5$  làm trong 60 ngày sau  $x_3$  hoàn thành.

Việc  $x_6$  làm trong 40 ngày sau  $x_2$  hoàn thành.

Việc  $x_7$  làm trong 80 ngày sau  $x_1, x_3, x_6$  hoàn thành.

Việc  $x_8$  làm trong 40 ngày sau  $x_1, x_3, x_6$  hoàn thành.

Việc  $x_9$  làm trong 10 ngày sau  $x_7, x_4$  hoàn thành.

Việc  $x_{10}$  làm trong 60 ngày sau  $x_4$  hoàn thành.

Việc  $x_{11}$  làm trong 50 ngày sau  $x_5, x_8$  hoàn thành.

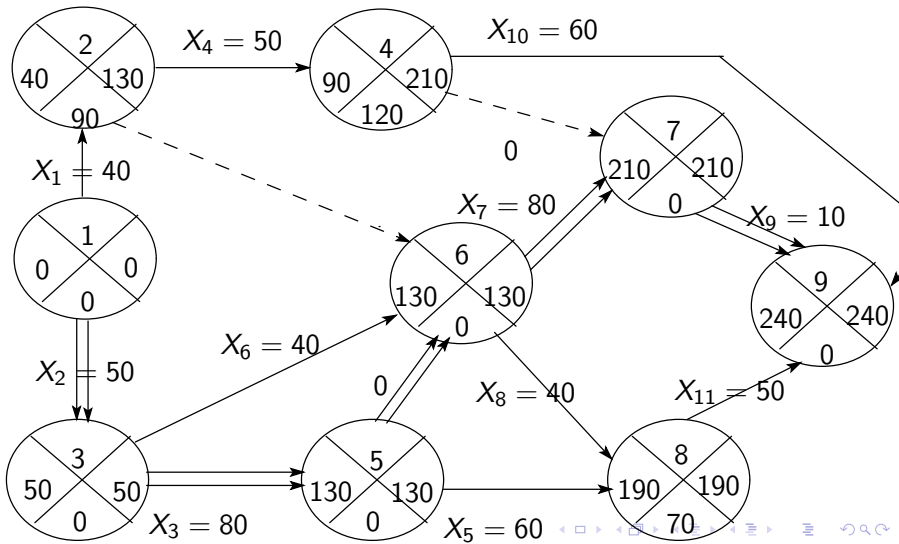
a) Lập sơ đồ mạng lưới mô tả quá trình thi công các công việc trên.

b) Tính các chỉ tiêu thời gian cho các sự kiện và các công việc và xác định, tính độ dài đường găng. Tính hệ số găng cho các việc

$x_4, x_6, x_8$

Giải:

a) Sơ đồ mạng lưới được lập như Hình vẽ 16.



Đường găng  $G = \{(1, 3); (3, 5); (5, 6); (6, 7); (7, 9)\}$ .

Độ dài đường găng  $l(g) = T_n^m = 310$ .

+) Tính hệ số găng của các việc  $x_4, x_6, x_8$ .

$$\text{Việc } x_4 : h_4 = \frac{t_{12} + t_{24} + t_{47}}{t_{13} + t_{35} + t_{56} + t_{67}} = \frac{90}{210} = \frac{3}{7} \approx 0,4286 .$$

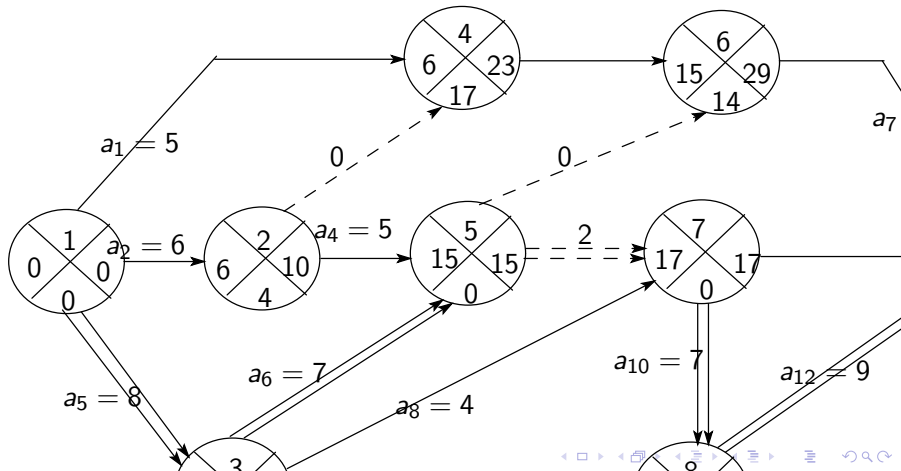
$$\text{Việc } x_6 : h_{36} = \frac{t_{36}}{t_{35} + t_{56}} = \frac{40}{80} = 0,5 .$$

$$\text{Việc } x_8 : h_{68} = \frac{t_{68} + t_{89}}{t_{67} + t_{79}} = \frac{90}{180} = 0,5 .$$

## Giải:

a) Sơ đồ mạng lưới được lập như Hình vẽ 17.

b) Để tính các loại thời gian dự trữ của các việc ta phải có chỉ tiêu thời gian cho các sự kiện.



Tên công việc (i, j)	$D_{ij}^c$	$D_{ij}^g$	$D_{ij}^n$	$D_{ij}^r$	$h_{ij}$	
(1, 2)	4	4	0	0		$D_{ij}^c = T_j^m - t_{ij} - T_i^s$
(1, 3)	0	0	0	0		
(1, 4)	18	18	1	1		$D_{ij}^g = T_j^m - t_{ij} - T_i^m$
(2, 4)	17	13	0	0		
(2,5)	4	0	4	0		$D_{ij}^n = T_j^s - t_{ij} - T_i^s$
(3, 5)	0	0	0	0		
(3, 7)	5	5	5	5		$D_{ij}^r = \min\{D_{ij}^g, D_{ij}^n\}$
(3, 8)	6	6	6	6		
(4,6)	17	0	3	0		
(5, 6)	14	14	0	0		
(5, 7)	0	0	0	0		

$$h_{12} = h_{25} = \frac{t_{12} + t_{25}}{t_{13} + t_{35}} = \frac{1}{15} \approx 0,733.$$

$$h_{14} = \frac{t_{14} + t_{46} + t_{69}}{t_{13} + t_{35} + t_{57} + t_{78} + t_{89}} = \frac{15}{33} \approx 0,445.$$

$$h_{24} = h_{46} \frac{t_{12} + t_{24} + t_{46} + t_{69}}{t_{13} + t_{35} + t_{57} + t_{78} + t_{89}} = \frac{16}{33} \approx 0,4848.$$

$$h_{37} = \frac{t_{37}}{t_{35} + t_{57}} = \frac{4}{9} \approx 0,444.$$

$$h_{38} = \frac{t_{38}}{t_{35} + t_{57} + t_{78}} = \frac{10}{16} \approx 0,625.$$

$$h_{56} = h_{69} \frac{t_{36} + t_{69}}{t_{57} + t_{78} + t_{89}} = \frac{4}{18} \approx 0,2222.$$

$$h_{79} = \frac{t_{79}}{t_{78} + t_{89}} = \frac{8}{16} = 0,5.$$

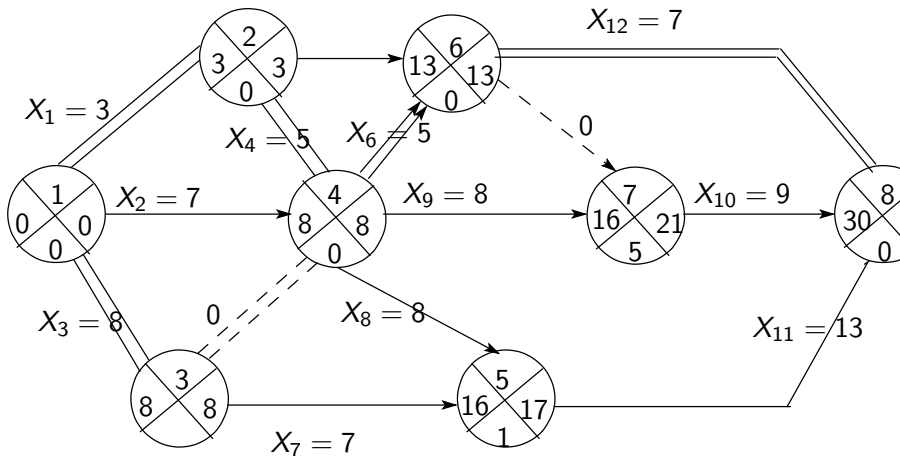


Đường đẳng thời là một đường cong biểu thị thời điểm lấy số liệu theo dõi. Nó chia sơ đồ mạng ra thành hai phần. Phần bên trái gồm những công việc đã hoàn thành, còn phần bên phải là gồm những phần việc chưa làm (tính đến thời điểm này).

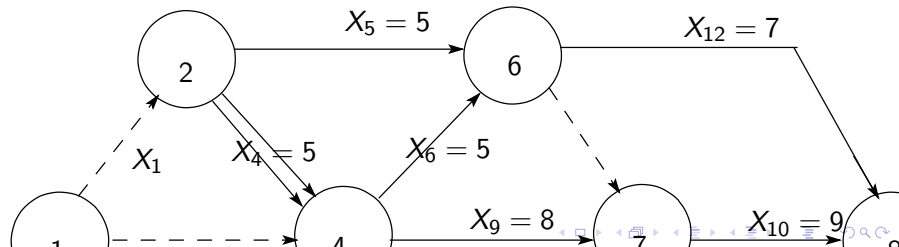
Sau mỗi lần thực hiện việc lấy số liệu theo dõi, từ thực tế những việc còn lại, người phụ trách thực hiện cần kịp thời tổ chức rút kinh nghiệm và từ đó đề ra những thay đổi phù hợp về thời hạn, cơ cấu của các phần việc chưa làm. Ngoài ra có thể bổ sung những phần việc mới xuất hiện, bỏ đi những phần việc thực tế không cần nữa. Nghĩa là cùng với việc xác định đường đẳng thời thì ta vẽ lại (phần sau) của sơ đồ mạng lưới cho đúng với yêu cầu mới đề ra. (Để đỡ nhầm lẫn ta quy ước phần việc đã hoàn thành nằm bên trái đường đẳng thời sẽ được vẽ bằng các cung giả không có độ dài).

Ví dụ: Một quy trình công nghệ được thể hiện qua sơ đồ mạng lưới sau:

Hình vẽ 18



- Với sơ đồ mạng lưới ở Hình vẽ 18:
  - Đường găng của sơ đồ có độ dài là 30.
  - Các việc găng gồm :  $x_1, x_3, x_4, x_6, x_{12}$ .
- Giả sử tại thời điểm  $t=5$  ta lấy số liệu theo dõi và kết quả nhận được như sau:
- Việc  $x_1$  đã hoàn thành.
  - Việc  $x_2$  đã hoàn thành được một phần, dự tính phần còn lại làm trong 3.
  - Việc  $x_8$  dự tính làm trong 10.
- Cơ cấu và thời hạn của các việc khác không đổi.



Tất nhiên ta không nên hiểu rằng đường găng luôn phải được rút ngắn hơn so với độ dài dự kiến ban đầu mà do cả những thay đổi và dự tính chưa sát nên độ dài đường găng có thể dài ra ( so với dự kiến ban đầu). Ta tìm cách rút ngắn cho nó gần sát với đường găng thực tế tối ưu.

*a) Rút ngắn thời hạn làm việc của các găng.*

Nhiều yếu tố thực tế ảnh hưởng tới biện pháp này trong đó gồm: Tính chất công việc, việc huy động nhân vật lực, biện pháp tổ chức và áp dụng tiến bộ khoa học kỹ thuật v.v... Tất nhiên việc rút ngắn này cần được tiến hành trong từng giai đoạn cụ thể. Với cùng một thời điểm khởi công sẽ có những việc găng xen kẽ lẫn những việc không găng. Khi tiến hành thực hiện thời hạn của một việc găng nào đó và tới một thời điểm nào đó một việc găng có thể trở thành không găng. Ngược lại có những việc thực tế trước đó dự tính là không găng thì nay lại trở thành găng.

Ví dụ: Ta xét sơ đồ mạng lưới Hình 18.

Tại thời điểm xuất phát ban đầu dự tính thì hai việc  $x_1, x_3$  là gắng, việc  $x_2$  là không gắng sau đó 3 đơn vị thời gian thì việc  $x_4$  là gắng v.v...

Nhờ việc áp dụng các biện pháp kĩ thuật tiên tiến và chỉ đạo thực hiện hiện tốt sau 5 đơn vị thời gian ta nhận được kết quả sau:

- Việc  $x_1$  đã hoàn thành đúng tiến độ.
- Việc  $x_3$  đã hoàn thành (rút ngắn được 3 đơn vị).
- Việc  $x_2$  đã hoàn thành được một phần và dự tính thời hạn làm phần còn lại là 3 đơn vị thời gian.
- Việc  $x_4$  đã hoàn thành được một phần và dự tính thời hạn làm phần còn lại làm - trong 1 đơn vị thời gian.
- Các việc còn lại chưa làm, cơ cấu và thời hạn không thay đổi.

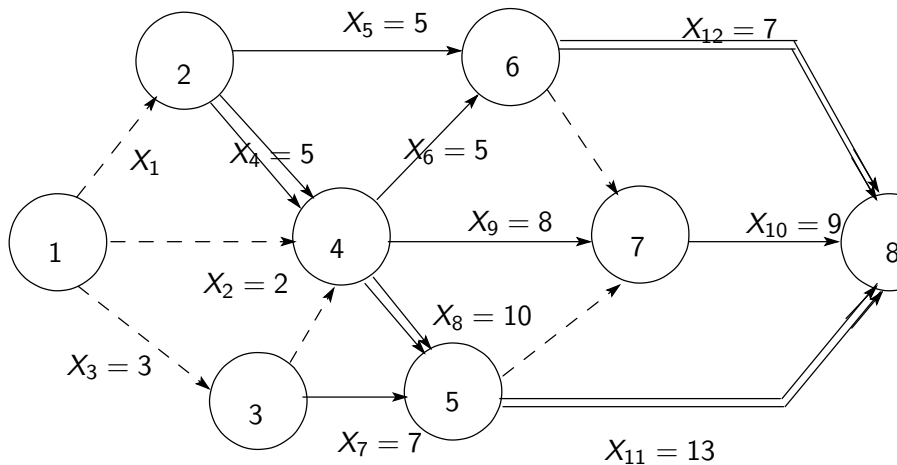


Figure:

Qua kết quả tính toán trên sơ đồ ta nhận thấy:

## Nhận xét:

Mặc dù thời hạn làm việc găng  $x_3$  đã rút ngắn được 3 đơn vị thời gian, còn thời hạn của hai việc găng  $x_1, x_4$  rút ngắn được 2 đơn vị thời gian nhưng độ dài đường găng chỉ được rút ngắn so với dự tính ban đầu là 1 đơn vị thời gian. Điều này là theo dự kiến ban đầu  $D_{x_2}^c = 1$ . Và ta đã tận dụng hết thời hạn dự trữ chung của  $x_2$ . Điều này gợi cho ta thấy khi thực hiện việc rút ngắn thời hạn của các việc găng cần lưu ý tới các việc không găng có cùng thời điểm khởi công. Trái lại những việc không găng đó mà tiến hành chậm trễ thì việc rút ngắn thời hạn của việc găng không có ý nghĩa gì nữa.

Một điểm cần lưu ý là: Với những sơ đồ có nhiều đường găng thì nếu có thể được các đường găng nên đồng thời được rút ngắn như nhau. Nếu không từ chỗ nhiều đường găng sẽ do việc rút ngắn thời hạn của một vài việc găng nào đó mà số đường găng sẽ ít đi.

### *b) Thay đổi lại cơ cấu của sơ đồ mạng lưới.*

Nếu sử dụng những biện pháp kỹ thuật tiên tiến ta chủ động thay đổi được cơ cấu của các công việc (thay đổi trình tự tiến hành thì độ dài của đường găng của sơ đồ được rút ngắn mặc dù thời hạn làm của các việc không cần rút ngắn)

Ví dụ: Từ sơ đồ mạng lưới của Hình 19.

Giả sử sau 5 đơn vị thời gian nữa ta lại lấy số liệu theo dõi và kết quả nhận được như sau:

- Việc  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  đã hoàn thành.

- Việc  $x_7$  đã hoàn thành được một phần và dự tính thời hạn làm phần việc còn lại là 3.

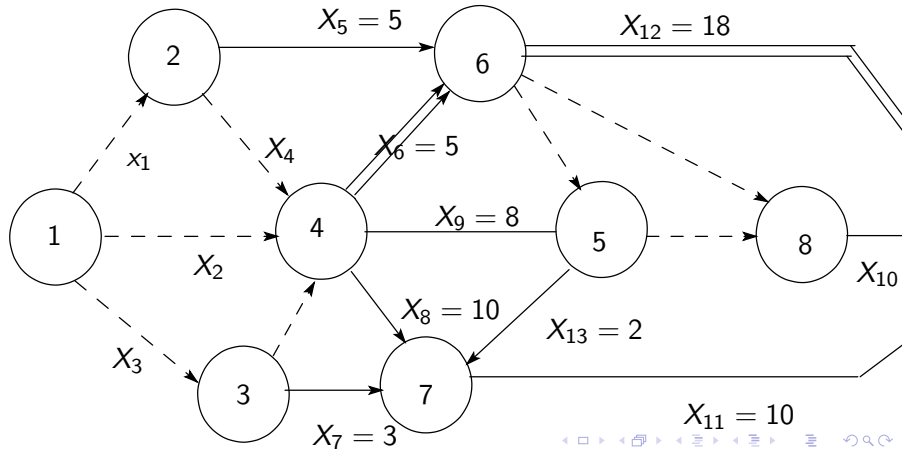
Dự tính thời hạn làm của hai việc  $x_{11}$  là  $10x_{12}$  là 18.

- Xuất hiện thêm việc mới  $x_{13}$  làm sau  $x_9$  và trước  $x_{11}$  có thời hạn làm là 2. Như vậy  $x_{11}$  được làm sau khi các công việc  $x_7, x_8, x_{13}$  hoàn thành.

- Cơ cấu và thời hạn của các việc khác không thay đổi.



Đường đẳng thời và sơ đồ được vẽ lại như sau:



## Ví dụ

Nhằm rút ngắn độ dài đường găng giả sử nhờ biện pháp kỹ thuật nào đó mà khi làm việc  $x_{12}$  ta không cần chờ việc  $x_6$  nữa. Thời hạn và cơ cấu của các việc khác còn lại không thay đổi. Khi đó sơ đồ được vẽ lại là:

